Tecniche innovative per l'identificazione delle caratteristiche dinamiche delle strutture e del danno

Valutazione delle Capacità Dissipative delle Strutture

Dott. Ing. Rocco Ditommaso

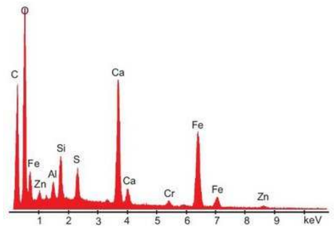
Dipartimento di Strutture, Geotecnica, Geologia applicata - Università degli Studi della Basilicata

r.ditommaso@unibas.it

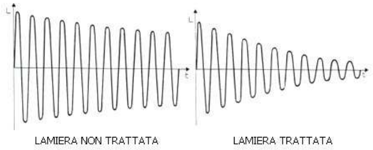
Identificazione dei parametri dinamici

I parametri a cui viene fatto generalmente riferimento sono i seguenti:

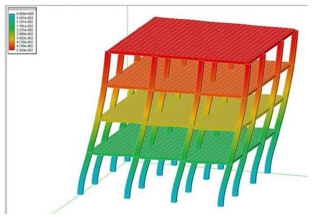
Frequenze proprie del sistema



Fattori di smorzamento



Deformate modali

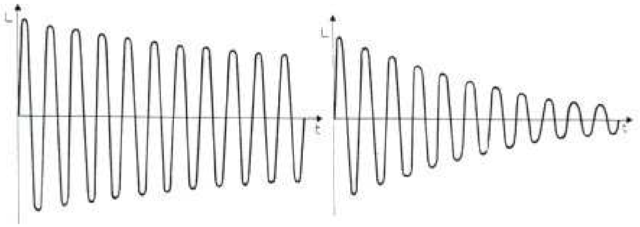


Tali grandezze consentono una valutazione della risposta globale della struttura monitorata e risultano di fondamentale importanza per tarare i modelli di calcolo e per individuare eventuali anomalie del comportamento strutturale (Per esempio: danno all'edificio)

Valutazione del fattore di smorzamento

Esistono diverse metodologie per il calcolo dei fattori di smorzamento.

$$m\ddot{y}+c\dot{y}+ky=p(t) \qquad c=2\cdot\xi\cdot m\cdot\omega$$



Al fine di semplificare la trattazione, faremo riferimento ai metodi che si prestano alla valutazione del fattore di smorzamento associato al modo fondamentale di vibrazione di una struttura.

In particolare esamineremo i seguenti metodi:

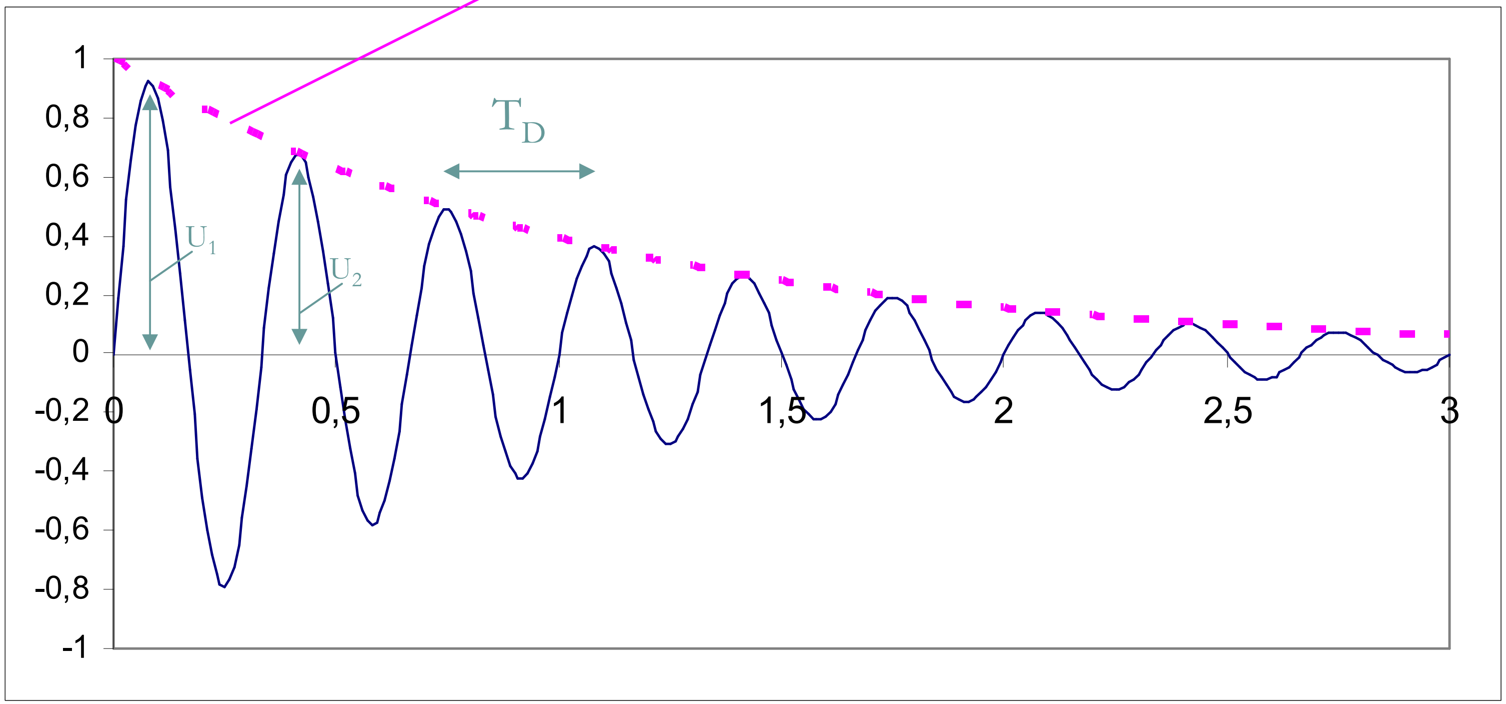
- Metodo del decremento logaritmico

- Metodo dell'ampiezza di banda

Smorzamento: metodo del decremento logaritmico

È noto che un sistema dotato di smorzamento, perturbato all'istante di tempo t=0, oscilla seguendo una legge del tipo

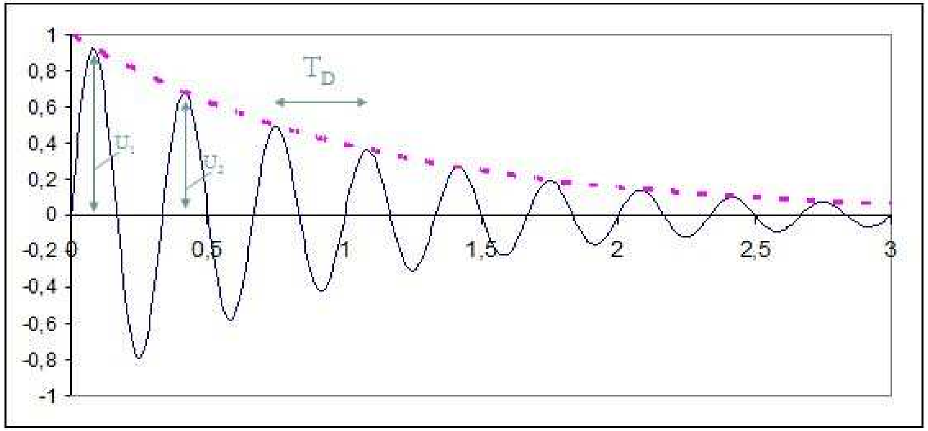
$$u(t) = \pm A \cdot e^{-\xi \cdot \omega \cdot t}$$



Smorzamento: metodo del decremento logaritmico

Si definisce decremento logaritmico, e lo si indica con δ, il logaritmo naturale del rapporto:

$$\delta = \ln \frac{U_n}{U_{n+1}}$$



Tale grandezza permette di valutare la rapidità con cui si attenua l'ampiezza dell'oscillazione di un sistema in oscillazioni libere e dotato di smorzamento

Smorzamento: metodo del decremento logaritmico

Ai fini pratici possiamo ipotizzare che

$$U_1 = A \cdot e^{-\xi \cdot \omega \cdot t_1}$$

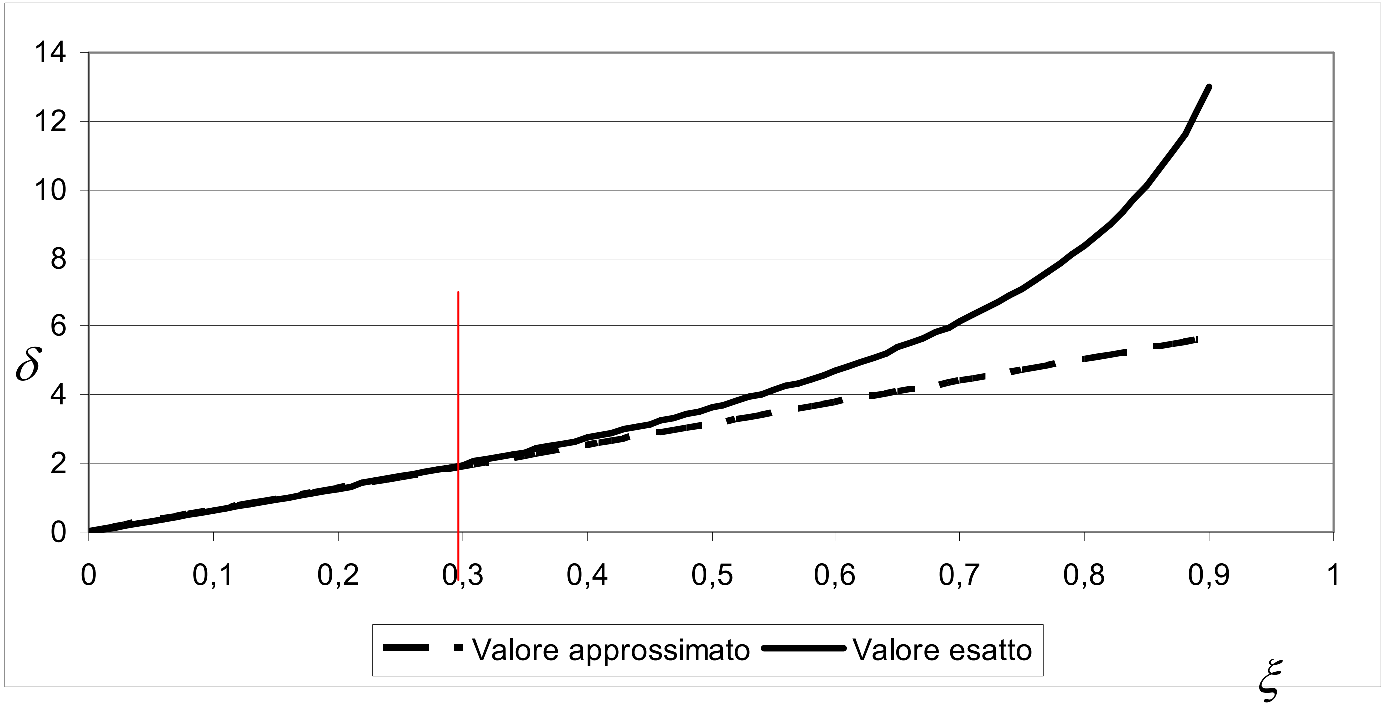
$$U_2 = A \cdot e^{-\xi \cdot \omega \cdot t_2} = A \cdot e^{-\xi \cdot \omega \cdot (t_1 + T_D)}$$

$$\frac{U_1}{U_2} = e^{-\xi \cdot \omega \cdot [t_1 - (t_1 + T_D)]} = e^{\xi \cdot \omega \cdot T_D}$$

$$\delta = \ln \frac{U_1}{U_2} = \xi \cdot \omega \cdot T_D \quad \xi = \frac{\delta}{2 \cdot \pi} = \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + 4 \cdot \pi^2}}$$

Smorzamento: metodo del decremento logaritmico

$$\delta = \frac{2\cdot\pi\cdot\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \cong 2\cdot\pi\cdot\xi$$

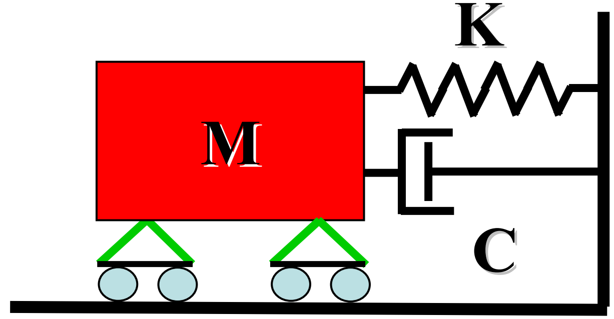


È importante notare che fino a valori di ξ prossimi a 0,3 la formulazione approssimata e quella esatta forniscono valori coincidenti

Smorzamento: metodo NonPadAn

Consideriamo un sistema a 1 gdl:

$$\ddot{x} + 2 \cdot \xi \cdot \omega \cdot \dot{x} + \omega^2 \cdot x = p(t)$$



La procedura utilizzata si basa sul metodo del decremento logaritmico valutato sul segnale filtrato in un determinato intervallo di frequenze.

Il fattore di smorzamento viene valutato anche in fase forzata su un numero sufficientemente elevato di campioni, con una valutazione di tipo statistico. A questo punto la scelta dei campioni diventa determinante al fine di ottenere dei risultati attendibili.

Smorzamento: metodo NonPadAn

Il criterio utilizzato per la valutazione dello smorzamento e' il seguente:

1) Individuazione di tutti i picchi del segnale e creazione di un relativo vettore:

$$A_{max} = (a_{max1}, \ldots.., a_{maxn})$$

2) Creazione di un vettore contenente gli istanti temporali relativi a tutti i picchi:

$$t(A_{max})=(t_1, \ldots, t_n)$$

3) Selezione dei picchi del segnale caratterizzati da 3 picchi consecutivi decrescenti, posti alla stessa pseudo distanza temporale;

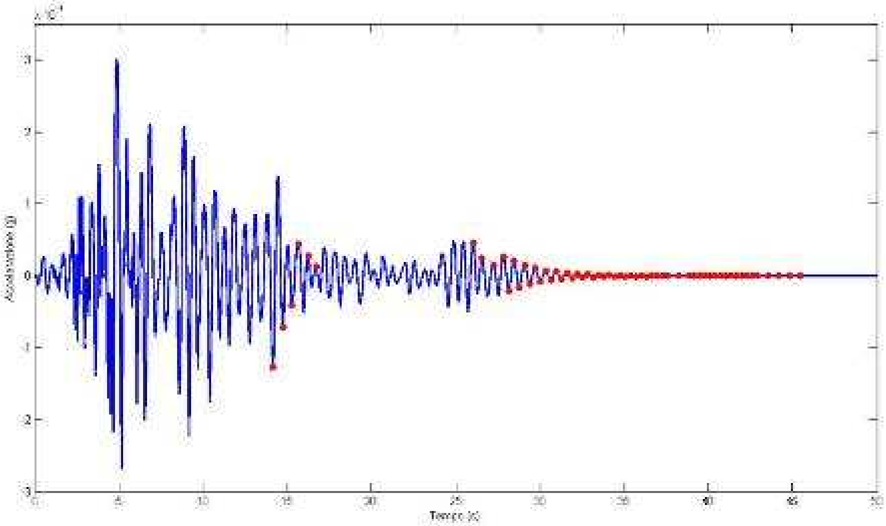
Smorzamento: metodo NonPadAn

4) Creazione di un nuovo vettore contenente i picchi del segnale, che presi 2 per volta, vengono utilizzati per il calcolo dei fattori di smorzamento e memorizzarti in un nuovo vettore;

$$freq(t_{n-1}, t_n) = freq(t_n, t_{n+1}) \pm \varepsilon$$

t_i = *istante relativo al picco i-esimo*
t_{i-1}= *istante relativo al picco i-1-esimo*
t_{i+1}= *istante relativo al picco i+1-esimo*
ε = *tolleranza*

$\underline{\xi} = (\xi_1, ...,\xi_m)$ con $m<n$

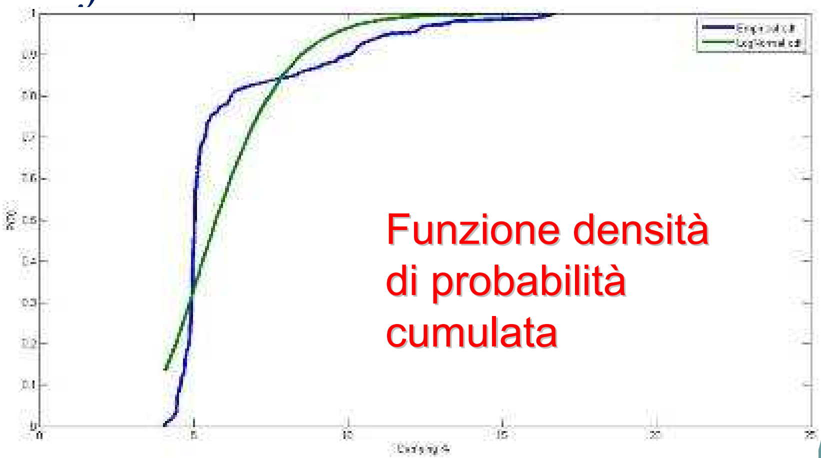


Smorzamento: metodo NonPadAn

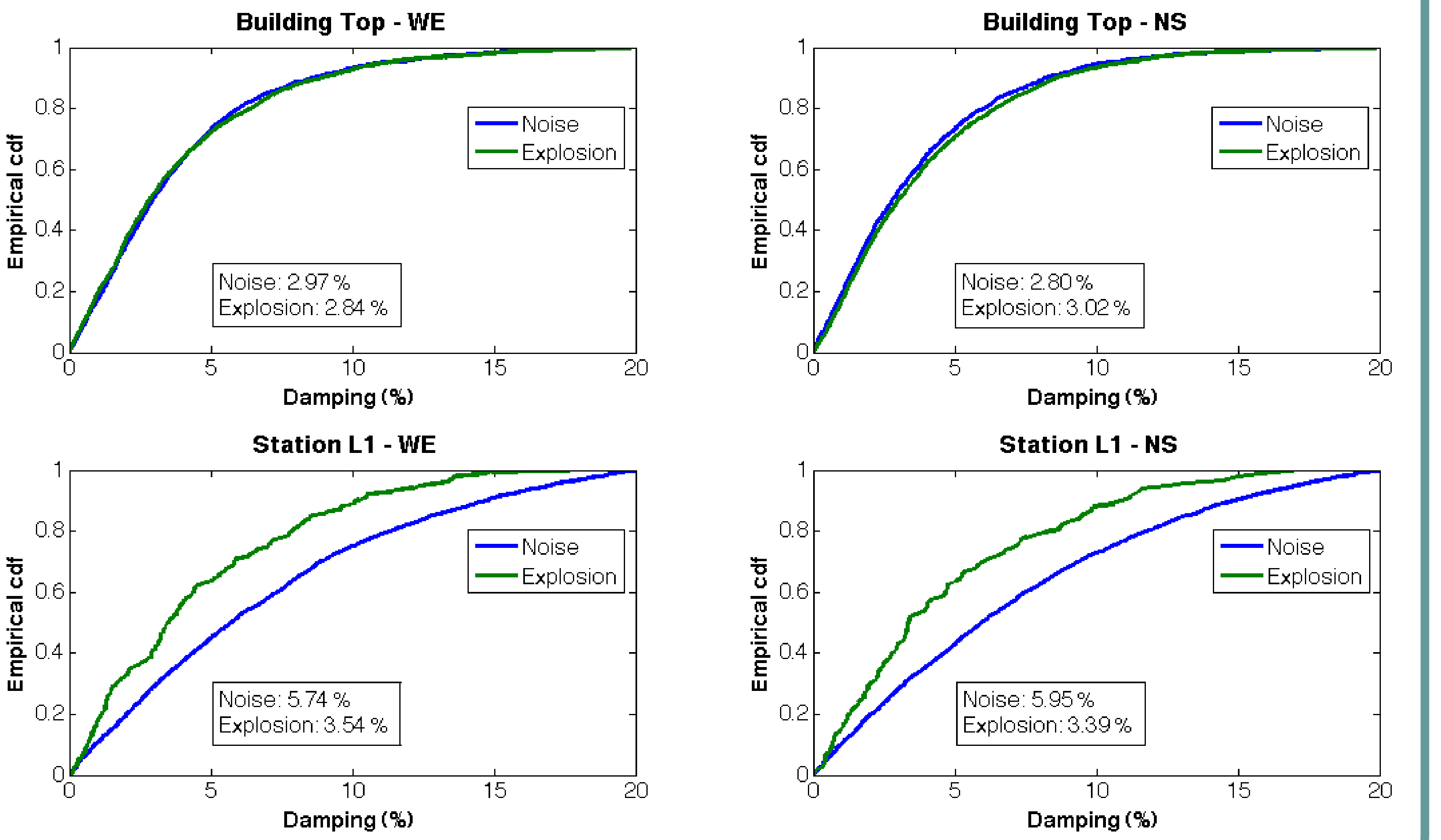
5) Si ottiene dunque una distribuzione di probabilità di tipo LogNormale sul vettore x e di questa viene valutata la mediana → valore del fattore di smorzamento ξ

6) Si costruisce le densità di probabilità cumulata empirica e la si confronta con la densità di probabilità cumulata teorica, valutata sempre rispetto allo stesso vettore x

7) Si esegue il test di ipotesi di Kolmogorov-Smirnov (Piccolo, 1998) per accettare o rigettare l'ipotesi fatta sulla bontà dei valori



Smorzamento: metodo NonPadAn



Smorzamento: metodo dell'ampiezza di banda

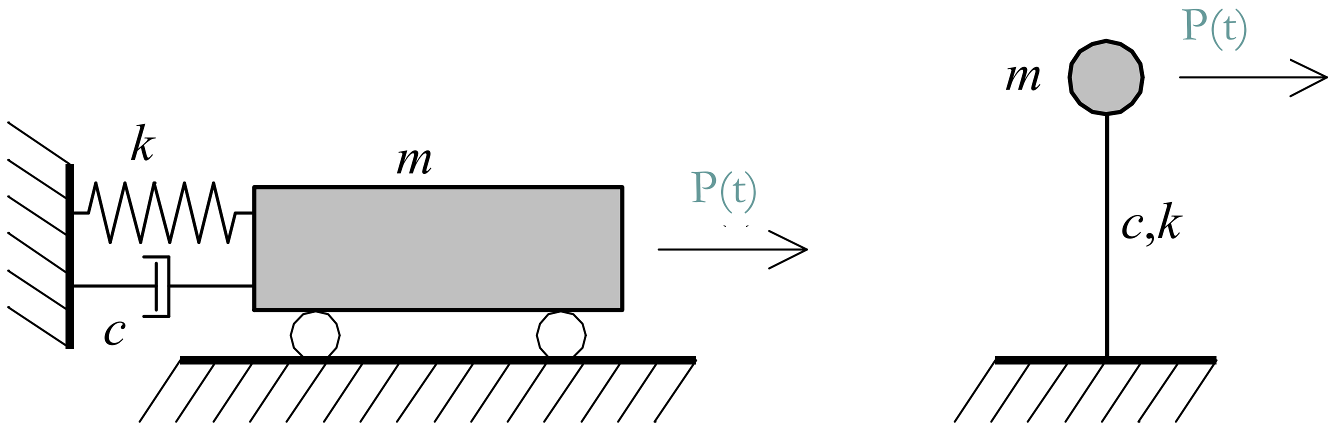
È noto che un sistema meccanico dotato di smorzamento, ed eccitato da una forzante armonica avente una frequenza pari alla frequenza propria del sistema, ha una risposta limitata.

È possibile dimostrare che l'acutezza della curva di risonanza è legata al fattore di smorzamento attraverso una quantità che è definita ampiezza di banda (o larghezza di banda)

Dunque, posto che non è necessario determinare la risposta statica del sistema, risulta possibile determinare il valore del fattore di smorzamento di un qualunque sistema meccanico lineare valutando in modo sufficientemente accurato la risposta del sistema nell'intorno della risonanza

Smorzamento: metodo dell'ampiezza di banda

Consideriamo un oscillatore elementare, dotato di smorzamento viscoso, eccitato da una forzante con pulsazione armonica.



$$F_I + F_D + F_E + p(t) = 0$$

$$F_I = -m \cdot \ddot{u}(t) \quad \textit{forza d'inerzia}$$

$$F_D = -c \cdot \dot{u}(t) \quad \textit{forza smorzante}$$

$$F_E = -k \cdot u(t) \quad \textit{forza di richiamo elastico}$$

$$p(t) = P_0 \cdot \cos(\Omega \cdot t)$$

Smorzamento: metodo dell'ampiezza di banda

Sostituendo otteniamo:

$$m \cdot \ddot{u} + c \cdot \dot{u} + k \cdot u = P_0 \cdot \cos(\Omega \cdot t)$$

Dividiamo per la massa ed eseguiamo delle sostituzioni

$$\ddot{u} + \frac{c}{m} \cdot \dot{u} + \frac{k}{m} \cdot u = \frac{P_0}{m} \cdot \cos(\Omega \cdot t)$$

$$\frac{c}{m} = 2 \cdot \xi \cdot \omega$$

$$\frac{k}{m} = \omega^2$$

Smorzamento: metodo dell'ampiezza di banda

Sostituendo otteniamo:

$$\ddot{u} + 2 \cdot \xi \cdot \omega \cdot \dot{u} + \omega^2 \cdot u = \frac{P_0}{m} \cdot \cos(\Omega \cdot t)$$

La soluzione dell'equazione può essere espressa mediante la sovrapposizione della soluzione dell'omogenea associata (ponendo la forzante pari a zero) e la soluzione particolare. Considerando solo quest'ultima e ipotizzando una forma della soluzione del tipo

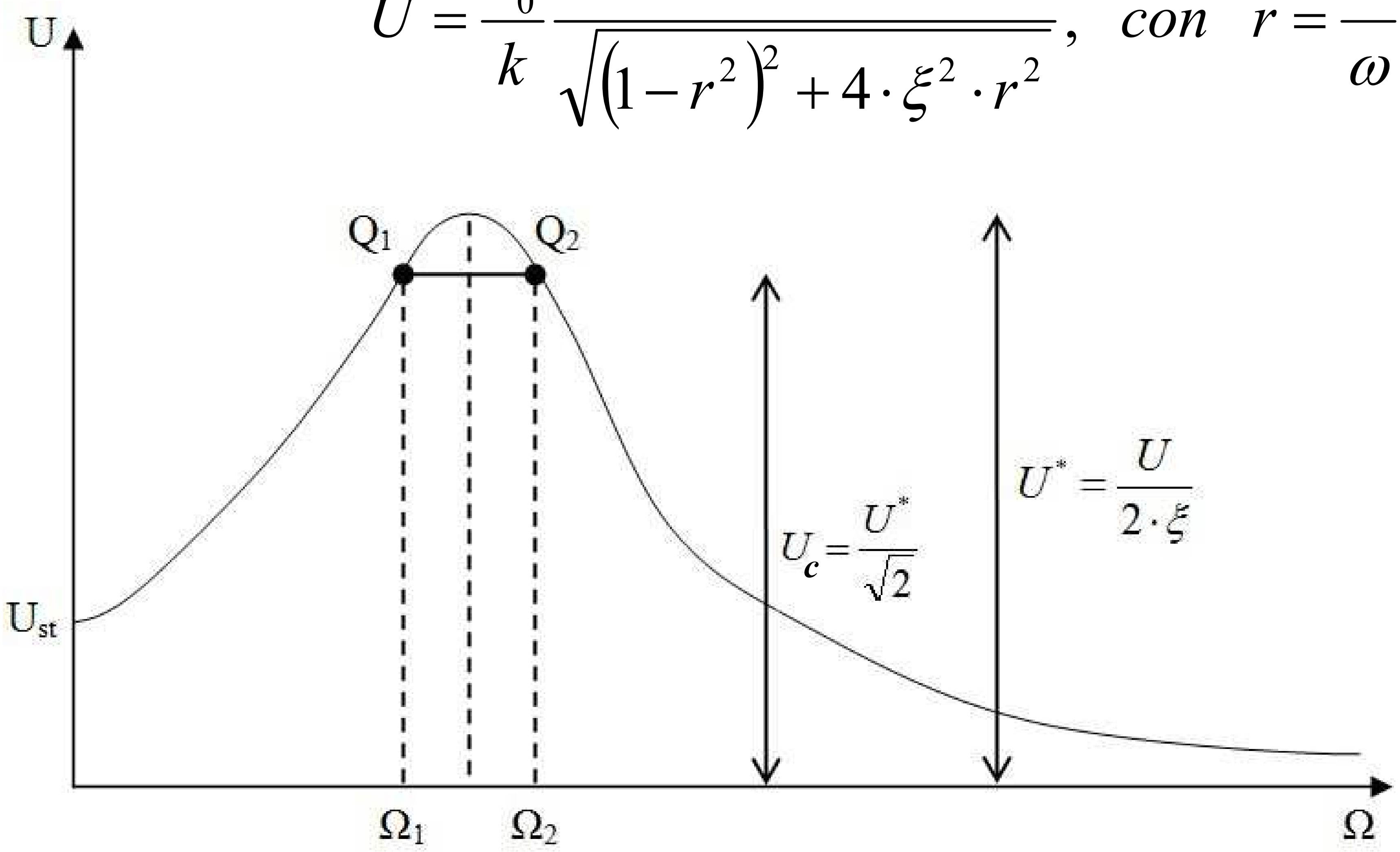
$$u_p = U \cdot \cos(\Omega \cdot t - \varphi)$$

è possibile ottenere (scegliendo il massimo della funzione):

$$U = \frac{P_0}{k} \frac{1}{\sqrt{\left(1 - r^2\right)^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot r^2}}, \quad con \quad r = \frac{\Omega}{\omega}$$

Smorzamento: metodo dell'ampiezza di banda

$$U=\frac{P_0}{k}\frac{1}{\sqrt{\left(1-r^2\right)^2+4\cdot\xi^2\cdot r^2}},\quad con\quad r=\frac{\Omega}{\omega}$$



Smorzamento: metodo dell'ampiezza di banda

Consideriamo

Ω = pulsazione angolare della forzante

ω = pulsazione angolare del sistema

Quando la pulsazione della forzante coincide con la pulsazione del sistema allora l'ampiezza della risposta diventa:

$$U = \frac{U_{st}}{2 \cdot \xi} = U^*$$

Nell'intorno della risonanza si sceglie un'ampiezza pari a

$$U = \frac{U^*}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{U_{st}}{2 \cdot \xi} \right)$$

Smorzamento: metodo dell'ampiezza di banda

Le pulsazioni Ω_1 e Ω_2 prendono il nome di bande laterali o frequenze di banda, mentre i punti Q_1 e Q_2 vengono denominati punti di mezza potenza.

Dunque, determiniamo il valore delle bande laterali.

Imponiamo che l'ampiezza della risposta massima sia pari a $1/\sqrt{2}$ volte l'ampiezza della risonanza

$$\frac{U_{st}}{\sqrt{(1-r^2)^2+4\cdot\xi^2\cdot r^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{U_{st}}{2\cdot\xi}$$

dunque

$$r^4-2\cdot(1-2\cdot\xi^2)\cdot r^2+(1-8\cdot\xi^2)=0$$

Smorzamento: metodo dell'ampiezza di banda

Risolvendo si ottiene

$$r^2 = 1 - 2 \cdot \xi^2 \pm 2 \cdot \xi \cdot \sqrt{1 + \xi^2}$$

Considerando che il fattore di smorzamento è molto piccolo, il suo quadrato sarà trascurabile, quindi

$$r^2 = 1 \pm 2 \cdot \xi$$

$$r_1^2 = 1 - 2 \cdot \xi$$

$$r_2^2 = 1 + 2 \cdot \xi$$

$$\frac{\Omega_1^2}{\omega^2} = 1 - 2 \cdot \xi \qquad \frac{\Omega_2^2}{\omega^2} = 1 + 2 \cdot \xi$$

Smorzamento: metodo dell'ampiezza di banda

Ponendo

$$4 \cdot \xi = \frac{\Omega_2^2 - \Omega_1^2}{\omega^2} \cong \frac{2 \cdot (\Omega_2 - \Omega_1)}{\omega}$$

avendo posto

$$\omega \cong \frac{\Omega_1 + \Omega_2}{2}$$

Da cui si ricava

$$\boxed{\xi = \frac{\Omega_2 - \Omega_1}{2 \cdot \omega}}$$

Che risulta valida per sistemi dotati di una fattore di smorzamento molto basso (prevalentemente viscoso)

Smorzamento: metodo dell'ampiezza di banda

Per sistemi dotati di un fattore di smorzamento viscoso equivalente più importante (valori molto più elevati del classico 5%), la relazione precedente non può essere utilizzata.

In questi casi la relazione da utilizzare è la seguente:

$$\boxed{\xi = \frac{\Omega_2^2 - \Omega_1^2}{2 \cdot \omega^2}}$$