

Sistemi a comportamento non lineare: un filtro a banda variabile per l'estrazione delle caratteristiche dinamiche durante la fase transiente

R. DITOMMASO, M. MUCCIARELLI, F. C. PONZO

Università degli Studi della Basilicata – DiSGG – Potenza

Uno degli strumenti più utilizzati per studiare la dinamica dei sistemi è sicuramente la trasformata di Fourier. Questo strumento si rivela utile e affidabile, quando utilizzato per analizzare la risposta di un sistema stazionario, dunque, un sistema in cui non variano le caratteristiche dinamiche nel tempo. Al contrario, qualora si decidesse di studiare la dinamica di un sistema tempo-evolvente non sarebbe certo la trasformata di Fourier lo strumento più adeguato a tali scopi. A tal proposito, nel corso degli ultimi decenni sono stati messi a punto diversi strumenti matematici che consentono di studiare l'evoluzione della risposta dinamica di un sistema in cui le caratteristiche dinamiche, quali, ad esempio, le frequenze e le deformate modali, variano con il tempo. Sia i terreni che le strutture, se sollecitate in modo opportuno, possono esibire un comportamento non lineare, e quindi non stazionario. In generale, l'escursione in campo plastico genera dei fenomeni irreversibili, dunque, un cambiamento delle caratteristiche meccaniche globali che, ad esempio sugli edifici, può significare danno. In questo articolo viene proposta una nuova strategia per lo studio dei sistemi tempo-evolventi, in particolare per terreni ed edifici: un filtro a banda variabile basato sulla trasformata di Stockwell.

Le tecniche di analisi tempo-frequenza. Una tecnica molto utilizzata per studiare la dinamica dei sistemi tempo-evolventi è la Short Time Fourier Transform (STFT). Tale trasformazione supera alcuni dei limiti derivanti dall'utilizzo della Trasformata di Fourier ma non risolve molti problemi e, soprattutto, pone tutta una serie di interrogativi su quali siano le scelte migliori per la corretta definizione della finestra mobile. Un'altra famiglia di trasformazioni molto utilizzata è quella delle Trasformate Wavelet. Queste tipologie di trasformazioni superano molti dei limiti derivanti dall'utilizzo della Trasformata di Fourier e della STFT, ma non consentono una buona caratterizzazione dello spettro locale essendo legate al parametro frequenza per mezzo di una relazione che passa attraverso la definizione del fattore di scala. Un altro tipo di trasformazione tempo-frequenza è la Distribuzione di Wigner-Ville, quest'ultima consente di ottenere un'ottima risoluzione sia nel dominio del tempo che in quello delle frequenze ma, derivando da una pseudo cross-correlazione, non consente di stimare in modo corretto le ampiezze delle caratteristiche spettrali.

Una trasformata che supera le limitazioni discusse in precedenza è la Trasformata di Stockwell (S-Transform) (Stockwell *et al.*, 1996). Tale trasformazione, per una funzione $h(t)$, è definita nel modo seguente:

$$S(\tau, f) = \frac{|f|}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) \cdot e^{-\frac{(\tau-t)^2 \cdot f^2}{2}} \cdot e^{-i \cdot 2\pi \cdot f \cdot t} dt \quad (\text{eq. 1}), \text{ dove } t \text{ è il tempo ed } f \text{ la frequenza}$$

È possibile dimostrare che tale trasformata gode di una serie di importanti proprietà tra cui la linearità e l'invertibilità (Stockwell *et al.*, 1996). Grazie alla linearità della trasformazione è possibile estrarre dai segnali molte importanti informazioni senza alterarne le caratteristiche spettrali.

Il filtro a banda variabile. In passato sono state sviluppate diverse strategie di filtraggio per ripulire un generico segnale dal rumore (Douglas, 1997). Grazie alla

proprietà di linearità di cui gode S-Transform è possibile utilizzarla come mezzo per realizzare il denoising delle registrazioni (Parolai, 2009).

In questo lavoro, sfruttando alcune delle proprietà di cui gode la S-Transform, linearità e invertibilità, viene proposto un metodo di filtraggio che consente di estrarre le caratteristiche dinamiche di un sistema tempo-evolvante agendo simultaneamente nel dominio del tempo e della frequenza. In pratica, si propone un filtro, dove la banda passante può variare istante per istante. Dunque, diventa possibile estrarre la risposta dei singoli modi di vibrare di un sistema, anche se questi cambiano le loro caratteristiche nel tempo. L'algoritmo di calcolo proposto è il seguente:

- 1- Valutazione della S-Transform $S(\tau, f)$ del segnale $h(t)$;
- 2- Generazione della matrice filtrante $G(\tau, f)$;
- 3- Calcolo del prodotto di convoluzione $M(\tau, f) = G(\tau, f) * S(\tau, f)$, nel dominio tempo-frequenza, tra la $G(\tau, f)$ e la $S(\tau, f)$;
- 4- Valutazione del segnale filtrato $h_f(t)$ attraverso l'inversione di $M(\tau, f)$:

$$h_f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} [S(\tau, f) * G(\tau, f)] d\tau \right) \cdot e^{i2\pi \cdot f \cdot t} df \quad (\text{eq. 2})$$

Al fine di rendere agevole la definizione della matrice filtrante è stato sviluppato un applicativo Matlab®, dotato di interfaccia grafica, grazie al quale l'utente deve definire solamente la regione di interesse nel dominio tempo-frequenza e ottenere automaticamente il segnale filtrato.

Applicazione del filtro a banda variabile a un segnale sintetico. Consideriamo un segnale sinusoidale s_p a frequenza variabile con legge parabolica. Il range di variazione della frequenza del segnale di interesse è compreso tra 3 e 11 Hz. Inseriamo nella parte centrale (9s < t < 13s) del segnale di interesse una sinusoide s_r a frequenza costante (f=9 Hz). Il segnale che ne deriva è la somma dei due $s_t = s_p + s_r$.

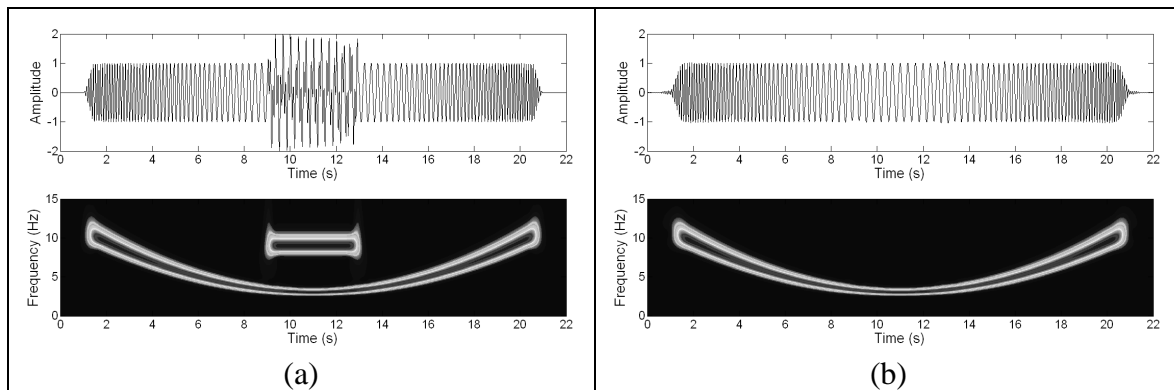


Figura 1 - (a) Segnale sintetico s_t e relativa S-Transform; (b) Segnale filtrato e relativa S-Transform.

Per come è stato costruito il segnale s_t , volendo utilizzare un filtro classico, sarebbe impossibile riuscire a separare il segnale s_p dal segnale s_r , infatti quest'ultimo è contenuto all'interno del range di variazione di s_p . Al contrario, utilizzando il filtro a banda variabile proposto in questo lavoro, risulta possibile separare perfettamente il segnale s_p dal segnale s_r . In Fig. 1b viene mostrato il segnale s_p ricavato, per mezzo del filtro, dal segnale s_t . Per esigenze di spazio non vengono mostrati i confronti tra segnale originale e segnale ottenuto per mezzo del filtraggio.

Applicazione del filtro a banda variabile a dati reali. Consideriamo la registrazione accelerometrica del terremoto di Kobe (Giappone, 1995) relativa al sito di Port Island (free-field – Componente NS). Durante l'evento sismico il terreno ha avuto problemi di liquefazione, dunque, le caratteristiche meccaniche hanno subito delle forti variazioni a cui è seguita una forte variazione della frequenza fondamentale durante la fase strong-motion (Fig. 2a). Ipotizziamo di voler estrarre dalla registrazione la risposta riguardante il modo fondamentale di oscillazione, è evidente che a causa della forte variazione di frequenza, un filtro classico restituirebbe segnale misto al rumore. Dunque, anche in questo caso, solo utilizzando il filtro a banda variabile sarebbe possibile separare il modo fondamentale di oscillazione dal resto del segnale. Un confronto tra segnale registrato e segnale filtrato è proposto in Fig. 2b.

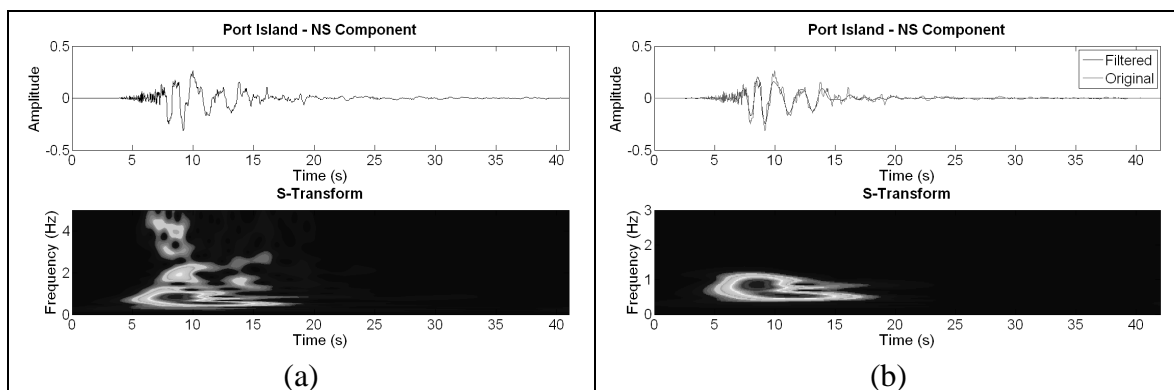


Figura 2 - (a) Traccia registrata e relativa S-Transform; (b) Confronto tra la traccia registrata e segnale filtrato (con relativa S-Transform).

Consideriamo adesso una delle registrazioni effettuate su un edificio in c.a. durante la sequenza sismica che ha colpito il Molise (Italia) nel 2002 (Mucciarelli *et al.*, 2004).

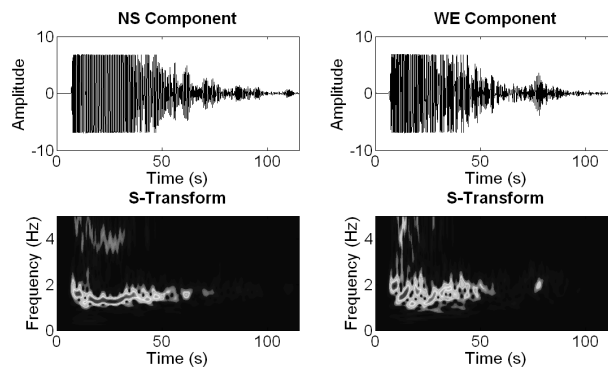


Figura 3 – Registrazione velocimetrica effettuata all'interno dell'edificio (Bonifro)

Nonostante le tracce siano saturate è evidente, dai grafici delle S-Transform, che le caratteristiche dinamiche della struttura evolvono nel tempo. In particolare, dalla S-Transform della componente NS si intuisce facilmente che la frequenza fondamentale della struttura ha delle forti variazioni durante la fase transiente. A questo punto decidiamo di isolare il modo fondamentale di vibrazione utilizzando il filtro a banda variabile; il risultato è il segnale mostrato in Fig. 4.

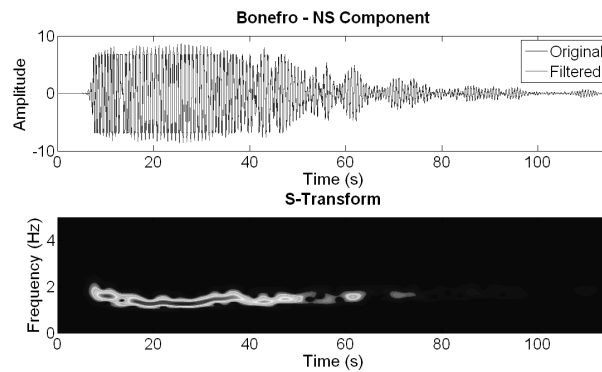


Figura 4 – Estrazione del comportamento non-stazionario del modo fondamentale della struttura

Dalla Fig. 4 è evidente la capacità del filtro di isolare il singolo modo di vibrazione. È chiaro che, a questo punto, sarebbe possibile predisporre una serie di analisi che consentirebbero di studiare con esattezza le variazioni di frequenza e di valutare in modo esatto anche la variazione delle capacità dissipative legate al singolo modo di vibrare durante la fase transiente.

Considerazioni finali. Appare ovvia la necessità di dotarsi di sistemi di analisi che consentano di studiare in dettaglio anche la fase transiente della risposta di un sistema tempo-evolvente (Ditommaso *et al.*, 2010). Lo strumento proposto in questo lavoro sembra promettente da questo punto di vista: fornisce, infatti, la possibilità di separare i diversi contributi modali anche in campo non lineare. Per esempio, avendo a disposizione almeno una stazione sismica per ciascun livello di una struttura, sarebbe possibile valutare anche la variazione della deformata modale istante per istante. Tale opportunità risulta di fondamentale importanza sia per meglio comprendere i meccanismi di danneggiamento delle strutture durante gli eventi sismici, sia per mettere in atto strategie di localizzazione del danno basate sulla variazione istantanea della curvatura modale. Dunque, la possibilità di analizzare la fase non stazionaria della risposta dei terreni e degli edifici apre nuovi orizzonti nella comprensione dei meccanismi che sono alla base del loro comportamento dinamico e della loro interazione.

Bibliografia

- Ditommaso R., Mucciarelli M., Ponzo F.C. (2010). S-Transform based filter applied to the analysis of non-linear dynamic behaviour of soil and buildings. 14th ECEE. Proceedings Volume. Ohrid, Republic of Macedonia. August 30 – September 03, 2010.
- Douglas, A.. (1997). Bandpass filtering to reduce noise on seismograms: is there a better way?. BSSA, Vol. 87, pp. 770–777.
- Mucciarelli, M., A. Masi, M. R. Gallipoli, P. Harabaglia, M. Vona, F. Ponzo, and M. Dolce (2004). Analysis of RC Building Dynamic Response and Soil-Building Resonance Based on Data Recorded during a Damaging Earthquake (Molise, Italy, 2002). BSSA, Vol. 94, No. 5, pp. 1943–1953.
- Parolai, S. (2009). Denoising of Seismograms Using the S Transform. Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 99, No. 1, pp. 226–234.
- Stockwell, R. G., L. Mansinha, and R. P. Lowe (1996). Localization of the complex spectrum: the S transform. IEEE Trans. Signal Process., Vol. 44, pp. 998–1001